

Занятие 3 Условия Коши-Римана

РАБОТА В АУДИТОРИИ

132 2) Найдите постоянные a, b , при которых функция f будет аналитической (голоморфной):

$$f(z) = \cos x(\operatorname{ch} y + a \operatorname{sh} y) + i \sin x(\operatorname{ch} y + b \operatorname{sh} y).$$

164 Существует ли аналитическая функция, для которой

$$1) u = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad 3) u = e^{y/x} ?$$

Найдите аналитическую функцию по заданной вещественной или мнимой части.

$$166 u = e^x(x \cos y - y \sin y) + 2 \sin x \operatorname{sh} y + x^3 - 3xy^2 + y.$$

$$168 v = \ln(x^2 + y^2) + x - 2y.$$

Запишите уравнения Коши-Римана в полярных координатах.

Найдите аналитическую функцию по заданному модулю или аргументу.

$$177 \rho = (x^2 + y^2)e^y.$$

$$180 \theta = \varphi + r \sin \varphi.$$

$$\rho = \operatorname{ch} 2x + \cos 2y = 2 \operatorname{ch}^2 x - 2 \sin^2 y \quad (w = 2e^{ic} \operatorname{ch}^2 z)$$

$$\rho = \frac{\operatorname{ch} 2x + \cos 2y}{\operatorname{ch} 2x - \cos 2y} = \frac{\operatorname{ch}^2 x - \sin^2 y}{\operatorname{ch}^2 x - \cos^2 y} \quad (w = \operatorname{cth}^2 z)$$

$$174 \text{ Найдите гармонические функции вида } u = \varphi\left(\frac{x^2 + y^2}{x}\right).$$

186 Найдите аналитические функции, у которых вдоль любой линии семейства $x^2 + y^2 = Cx$ сохраняется постоянное значение либо вещественная часть, либо мнимая часть, либо модуль, либо аргумент.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Д.И.Волковыский, Г.Л.Лунц, И.Г.Араманович.

Сборник задач по теории функций комплексного переменного, 1975

132 1) Найдите постоянные a, b , при которых функция f будет аналитической (голоморфной):

$$f(z) = x + ay + i(bx + cy).$$

164 2) Существует ли аналитическая функция, для которой

$$1) v = \ln(x^2 + y^2) - x^2 + y^2 \quad 3) u = e^{y/x} ?$$

Найдите аналитическую функцию по заданной вещественной или мнимой части.

$$165. u = x^2 - y^2 + 5x + y - \frac{y}{x^2 + y^2}.$$

$$167. v = 3 + x^2 - y^2 - \frac{y}{2(x^2 + y^2)}.$$

Найдите аналитическую функцию по заданному модулю или аргументу.

$$178. \rho = e^{r^2 \cos 2\varphi}.$$

$$179. \theta = xy.$$

173. Выясните, существуют ли гармонические функции вида $u = \varphi(x^2 + y^2)$, и в случае существования найдите их.

185. Найдите голоморфные функции, у которых вдоль любой линии семейства $x^2 + y^2 = C$ сохраняет постоянное значение либо вещественная часть, либо мнимая часть, либо модуль, либо аргумент.