Занятие 13. **27–28.11.2024**

Применение теоремы о вычетах к вычислению несобственных интегралов.

Вычислите интегралы:

692. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\sin x}{x^2+4x+20}\,dx = \frac{\pi}{2e^4}\left(2\cos 2+\sin 2\right)$

$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1}\frac{\sin x}{x}\,dx = \pi\left(e^{-1}-\frac{1}{2}\right)$

$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{1-\cos x}{x^2}\,dx = \frac{\pi}{2}$

$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x-\sin x}{x^3}\,dx = \frac{\pi}{4}$

706. $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{\sin^3 x}{x^3}\,dx = \frac{3\pi}{8}$

$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{dx}{x^3+1} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$

$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x^3+1} = -\frac{2\pi^2}{27}$

$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+2}\,dx = \frac{\pi}{4}$

$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2+2x+2}\,dx = \frac{1}{8}\pi\ln 2$

$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x^{1/3}\ln x}{x^4+1}\,dx = -\frac{\pi^2}{24}$

$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x^{1/3}}{\left(x^4+1\right)^2}\,dx = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$

$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x^{1/3}\ln x}{\left(x^4+1\right)^2}\,dx = -\frac{\pi}{72}\left(3\sqrt{3}+2\pi\right)$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

691. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\cos x}{x^2-2x+10}dx = \frac{\pi}{3e^3}(\cos 1 - 3\sin 1)$, $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\sin x}{x^2-2x+10}dx = \frac{\pi}{3e^3}(3\cos 1 + 3\sin 1)$

693. $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{\cos ax}{x^2+b^2}dx = \frac{\pi e^{-ab}}{2b} \quad (a,b>0)$

694. $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x\sin ax}{x^2+b^2}dx = \frac{\pi e^{-ab}}{2}$

732 $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2+a^2}dx = \frac{\pi}{2a}\ln a \; (a>0)$

$$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x^{5/3}}{\left(x^4+1\right)^2}dx = \frac{\pi}{6\sqrt{3}}$$

$$\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{x^{5/3}\ln x}{x^4+1}dx = \frac{\pi^2}{24}$$