

Занятия 11 – 12.

Применение теоремы о вычетах к вычислению определенных интегралов.

Вычислите интегралы:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{5+3\cos\varphi} = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2\varphi d\varphi}{13+12\sin\varphi} = \frac{\pi}{9}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos^4\varphi d\varphi}{2+\sin^2\varphi} = (3\sqrt{6}-7)\pi$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin^2\varphi d\varphi}{1-2a\cos\varphi+a^2} = \frac{\pi}{2}, \quad 0 < a < 1$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos^2\varphi d\varphi}{1-a\sin^2\varphi} = \frac{\pi}{a}(1-\sqrt{1-a}), \quad 0 < a < 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2-3x+4}{x^4+10x^2+9} dx = \frac{7}{12}\pi$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^4+1}{x^6+1} dx = \frac{2}{3}\pi$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x^6+1)^2} dx = \frac{5}{18}\pi$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^4+4)^3} dx = \frac{5}{2048}\pi$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^4+4)(x^2+9)^2} dx = \frac{\pi}{867}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Д.И.Волковыский, Г.Л.Лунц, И.Г.Араманович.

Сборник задач по теории функций комплексного переменного, М., 1975

$$673 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{a + \cos \varphi}, a > 1$$

$$675 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{(a + b \cos \varphi)^2}, a, b > 0$$

$$676 \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 - 2a \cos \varphi + a^2}, a \in \mathbb{C}, a \neq \pm 1$$

$$682 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 4x + 13)^2}$$

$$683 \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + a^2)^2} dx, a > 0$$

$$686 \int_0^{+\infty} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$$

$$687 \int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + x^n} dx, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

$$688 \int_0^{+\infty} \frac{x^n}{1 + x^{2n}} dx, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$