

## ЗАНЯТИЕ 1

### Комплексные числа, действия над ними, тригонометрическая форма

Выполните действия  $\frac{1+3i}{2-5i} + \frac{3-2i}{5+2i}$ ,

Запишите в тригонометрической форме  $\pm 1 \pm \sqrt{3}i$ ,  $\pm 1 \pm 2i$

Найдите корни  $\sqrt{3+4i}$ ,  $\sqrt[3]{1}$ ,  $\sqrt[4]{-1}$

Докажите тождество  $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$

Докажите тождество  $(n-2) \sum_{k=1}^n |a_k|^2 + \left| \sum_{k=1}^n a_k \right|^2 = \sum_{1 \leq j < k \leq n} |a_j + a_k|^2$

Выясните геометрический смысл соотношений

$$\operatorname{Im} z > 3, |z-4| < 1, |z-4|=1, |z-2|+|z+2|=10$$

Докажите

$$e^{z_1+z_2} = e^{z_1} \cdot e^{z_2}$$

$$\sin(z_1 + z_2) = \sin z_1 \cos z_2 + \cos z_1 \sin z_2$$

Найдите суммы

$$1 + \cos x + \dots + \cos nx$$

$$\sin \alpha + \sin(\alpha + \beta) + \dots + \sin(\alpha + n\beta)$$

Решите уравнение

$$\cos z = 2$$

Докажите

$$\operatorname{Arccos} z = \frac{1}{i} \operatorname{Ln} \left( z + \sqrt{z^2 - 1} \right)$$

### Домашнее задание

Выполните действия  $\frac{1+3i}{3-4i} + \frac{3-2i}{4+3i}$ ,

Запишите в тригонометрической форме  $\pm 1 \pm i$ ,  $\pm 3 \pm 4i$

Найдите корни  $\sqrt{5-12i}$ ,  $\sqrt[3]{i}$ ,  $\sqrt[4]{-1}$

Докажите тождество  $n \sum_{k=1}^n |a_k|^2 - \left| \sum_{k=1}^n a_k \right|^2 = \sum_{1 \leq j < k \leq n} |a_j - a_k|^2$

Выясните геометрический смысл соотношений

$$\operatorname{Re} z < 2, |z - 2i| > 1, |z - 2| - |z + 2| = 3$$

Докажите

$$e^{z+2\pi i} = e^z$$

$$\cos(z_1 + z_2) = \cos z_1 \cos z_2 - \sin z_1 \sin z_2$$

Найдите суммы

$$\sin x - \sin 2x + \dots + (-1)^{n-1} \sin nx$$

$$\sin \alpha + \sin(\alpha + \beta) + \dots + \sin(\alpha + n\beta)$$

Решите уравнение

$$\sin z = 3$$

Докажите

$$\operatorname{Arcsin} z = \frac{1}{i} \operatorname{Ln} i \left( z + \sqrt{z^2 - 1} \right),$$

$$\operatorname{Arctg} z = \frac{1}{2i} \operatorname{Ln} \frac{1+iz}{1-iz}$$