

## КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ

Найдите образы прямых и окружностей при дробно-линейных отображениях

$$1) |z-1|=2, |z|=2; w = \frac{z-1}{z-3}, w = \frac{z-2}{z+2}.$$

$$2) \operatorname{Im} z = 4, \operatorname{Im} z = -1; w = \frac{z-4i}{z}, w = \frac{z-2i}{z+2i}.$$

Выясните, во что преобразуются указанные области при заданных отображающих функциях.

$$203 \quad x > 0, y > 0; w = \frac{z-i}{z+i}.$$

$$204 \quad \text{Полукруг } |z| < 1, \operatorname{Im} z > 0; w = \frac{2z-i}{2+iz}.$$

$$206 \quad \text{Полоса } 0 < x < 1; 1) w = \frac{z-1}{z}, 2) w = \frac{z-1}{z-2}.$$

Найдите дробно-линейную функцию, переводящую точки  $1, 2, i$  соответственно в точки  $0, \frac{1}{3}, i$ .

209. Найдите дробно-линейную функцию, переводящую точки  $-1, i, 1+i$  соответственно в точки  
1)  $0, 2i, 1-i$ ; 2)  $i, \infty, 1$ .

Найдите общий вид дробно-линейного отображения, переводящего верхнюю полуплоскость на единичный круг.

220. Отобразите верхнюю полуплоскость на единичный круг так, чтобы

$$1) w(i) = 0, \arg w'(i) = -\frac{\pi}{2};$$

$$2) w(2i) = 0, \arg w'(2i) = 0$$

229. Отобразите единичный круг на себя так, чтобы

$$1) w\left(\frac{1}{2}\right) = 0, \arg w'\left(\frac{1}{2}\right) = 0;$$

$$2) w\left(\frac{i}{2}\right) = 0, \arg w'\left(\frac{i}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

279. Найдите функцию  $w$ , отображающую полукруг  $|z| < 1, \operatorname{Im} z > 0$  на верхнюю полуплоскость при условиях:

$$1) w(-1) = 0, w(0) = 1, w(1) = \infty;$$

$$2) w(1) = -1, w(-1) = 1, w(0) = \infty.$$

283. Отобразите на верхнюю полуплоскость круговые луночки (двуугольники):

$$1) |z| < 1, |z-i| < 1; 2) |z| < 1, |z-i| > 1$$

Представьте функцию Жуковского  $w = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)$  в виде композиции дробно-линейных и квадратичной функций.

Отобразите на верхнюю полуплоскость

Плоскость с разрезом  $[-1, 1]$ .

Плоскость с разрезами  $(-\infty, -1], [1, +\infty)$ .

Полуплоскость  $\text{Im } z > 0$  с разрезом  $[i, +i\infty)$ .

Круг  $|z| < 2$  с разрезом  $[1, 2]$ .

Полукруг  $|z| < 2, \text{Im } z > 0$  с разрезом  $[i, 2i]$ .

Полосу  $0 < \text{Im } z < 1$ .

Полуполосу  $0 < \text{Im } z < 1, \text{Re } z < 0$ .